

Bijlage bij de transparanten

Trillingen 1

Zie Nota's KDW – een vrijheidsgraad (KDW_SDOF.pdf)

Paragraaf 1: Modellen van trillende machines

Paragraaf 2: Gedwongen trillingen – een vrijheidsgraad

Paragraaf 4: Problemen in verband met isolatie van trillende machines

Trillingen 2

Zie Nota's KDW – een vrijheidsgraad (KDW_SDOF.pdf)

Paragraaf 4: Problemen in verband met isolatie van trillende machines

Zie Nota's KDW – meerdere vrijheidsgraden (KDW_MDOF.pdf)

Paragraaf 1.4: De dynamische trillingendemper

Trillingen 3

Zie Nota's KDW – meerdere vrijheidsgraad (KDW_MDOF.pdf)

3.1. Het modaal model

3.1.1. Eigenwaarden en eigenvectoren

De bewegingsvergelijking van een systeem met meerdere vrijheidsgraden (MDOF, multiple degree of freedom) wordt gegeven door

$$[Ms^2 + Cs + K]\{X(s)\} = \{F(s)\}$$

Voor de eenvoud zullen we de demping (meestal klein) verwaarlozen

$$[Ms^2 + K]\{X(s)\} = \{F(s)\} \quad (1)$$

Indien de massa- en stijfheidmatrix gekend zijn, is het mogelijk om de eigenmodes te bepalen via een eigenwaarde ontbinding (bepaling van mogelijke niet-triviale oplossingen $X \neq 0$ indien $F = 0$)

$$[Ms^2 + K]\{X(s)\} = 0 \Rightarrow [K]\{X(s)\} = -s^2[M]\{X(s)\}$$

of,

$$[A]\{V\} = \lambda\{V\}, \quad [A] = [M]^{-1}[K], \{V\} = \{X(s)\} \quad (2)$$
$$\lambda = -s^2 = \omega^2$$

Vervolgens stellen we een matrix op die alle eigenvectoren bevat

$$[\psi] = [\{V_1\}, \{V_2\}, \dots, \{V_{N_m}\}]$$

waarbij $[A]\{V_i\} = \lambda_i\{V_i\}$, $i = 1, \dots, N_m$ met N_m het aantal eigenmodes (= het aantal vrijheidsgraden).

Deze matrix met eigenvectoren is orthogonaal t.o.v. de massa- en stijfheidmatrix (eigenschap van eigenvectoren geldig voor M en K symmetrisch en niet-negatief definit),

$$[\psi]^T [M] [\psi] = \text{diag}\{\bar{m}_1, \bar{m}_2, \dots, \bar{m}_{N_m}\} \quad (3)$$
$$[\psi]^T [K] [\psi] = \text{diag}\{\bar{k}_1, \bar{k}_2, \dots, \bar{k}_{N_m}\}$$

M.a.w, $[\psi]^T [M] [\psi]$ en $[\psi]^T [K] [\psi]$ zijn diagonale matrices. De operator $(\cdot)^T$ staat voor de getransponeerde van een vector of matrix.

De eigenfrequenties worden gegeven door $f_i = \omega_i/2\pi = \sqrt{\lambda_i}/2\pi$ (zie (2)) met $i = 1, \dots, N_m$.

3.1.2. Ontbinding (diagonalisatie) van de bewegingsvergelijkingen

Indien we nu vergelijking (1) vermenigvuldigen met $[\psi]^T$ bekomen we

$$[\psi]^T [Ms^2 + K] \{X(s)\} = [\psi]^T \{F(s)\}$$

of

$$[\psi]^T [Ms^2 + K] \underbrace{\{P(s)\}}_{X(s)} = \underbrace{\{\bar{F}(s)\}}_{[\psi]^T \{F(s)\}} \quad (4)$$

met (per definitie)

$$\begin{aligned} \{\bar{F}(s)\} &= [\psi]^T \{F(s)\} \\ \{X(s)\} &= [\psi] \{P(s)\} \end{aligned} \quad (5)$$

Gebruikmakende van de orthogonaliteitseigenschappen (3), kan men de vergelijkingen (4) ontbinden (diagonaliseren)

$$\left[\text{diag}(\bar{m}_1, \dots) s^2 + \text{diag}(\bar{k}_1, \dots) \right] \{P(s)\} = \{\bar{F}(s)\}$$

of

$$(\bar{m}_i s^2 + \bar{k}_i) P_i(s) = \bar{F}_i(s), \quad i = 1, \dots, N_m$$

dus

$$P_i(s) = \frac{1}{\bar{m}_i s^2 + \bar{k}_i} \bar{F}_i(s), \quad i = 1, \dots, N_m \quad (6)$$

De modale massa's \bar{m}_i en stijfheden \bar{k}_i zijn niet eenduidig bepaald (ze zijn afhankelijk van de schaling van de eigenvectoren : indien we de eigenvectoren vermenigvuldigen met b.v. 2 dan worden de modale massa's en stijfheden 4 maal groter, zie (3)). Hun verhouding is wel eenduidig bepaald via de eigenfrequenties : de eigenfrequenties (de frequenties $f_i = \omega_i/2\pi$ waarbij $\det(Ms^2 + K) = 0$ of equivalent $\bar{m}_i s^2 + \bar{k}_i = 0$, $i = 1, \dots, N_m$) worden gegeven door ($\lambda = \omega^2 = -s^2$)

$$f_i = \omega_i/2\pi = \sqrt{\lambda_i}/2\pi = \sqrt{\frac{\bar{k}_i}{\bar{m}_i}}/2\pi$$

Uit (5) volgt dat

$$\bar{F}_i(s) = \{V_i\}^T \{F(s)\} \quad (7)$$

en

$$\{X(s)\} = \sum_{i=1}^{N_m} \{V_i\} \cdot P_i(s) \quad (8)$$

Substitutie van vergelijking (6) en (7) in (8) geeft

$$\{X(s)\} = \sum_{i=1}^{N_m} \{V_i\} \cdot \frac{1}{\bar{m}_i s^2 + \bar{k}_i} \bar{F}_i(s) = \sum_{i=1}^{N_m} \{V_i\} \cdot \frac{1}{\bar{m}_i s^2 + \bar{k}_i} \cdot \{V_i\}^T \{F(s)\}$$

of

$$\{X(s)\} = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{\{V_i\} \{V_i\}^T}{\bar{m}_i s^2 + \bar{k}_i} \{F(s)\} \quad (9)$$

Vergelijking (9) wordt gewoonlijk herschreven als

$$[H(s)] = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{\{V\}_i \{V\}_i^T}{\bar{m}_i s^2 + k_i} = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{[A]_i}{s - \lambda_i} + \frac{[A]_i^*}{s - \lambda_i^*} \quad (10)$$

met $[A]_i = Q_i \{\psi_i\} \{V_i\}^T$ een vierkante (residu) matrix, $\{\psi_i\} \propto \{V_i\}$ (\propto staat voor ‘evenredig’) en $\lambda_i = j\omega_i$. Vergelijking (10) wordt het “modaal model” genoemd.

In het algemeen geval (indien de dempingsmatrix $[C] \neq 0$) zijn de modevormen $\{\psi_i\}$ (en eigenvectoren $\{V_i\}$) complexe vectoren en wordt $\lambda_i = -\sigma_i \pm j\omega_i$ (met $\sigma_i > 0$) [of $\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_i$ (met $\sigma_i < 0$) afhankelijk van de notaties]. Zie eveneens de module over “Modale Analyse”.

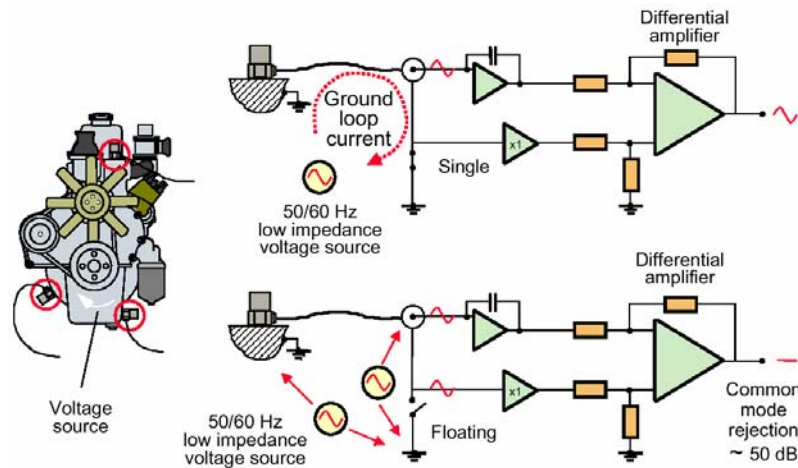
Trillingen 4

Zie Cursusnota’s “Mechanische Trillingen”:

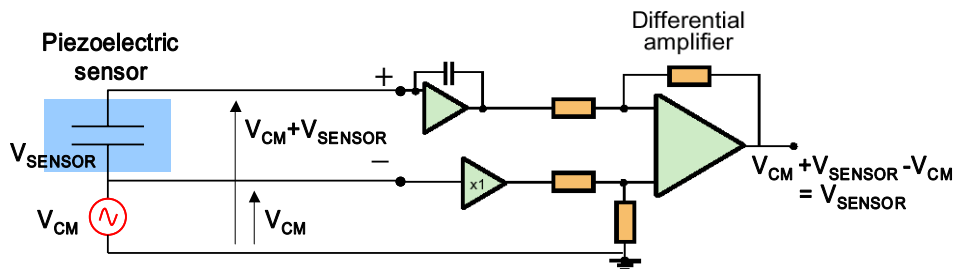
Module: Meten van trillingen – Basisbegrippen

Module: Meten van trillingen – Trillingsopnemers

4.1. Versterker in “single-ended” of “floating” mode



4.1.2. Floating mode – equivalent schema



In “floating” mode wordt het effect van het Common Mode (CM) signaal (b.v. 50 Hz component) volledig onderdrukt

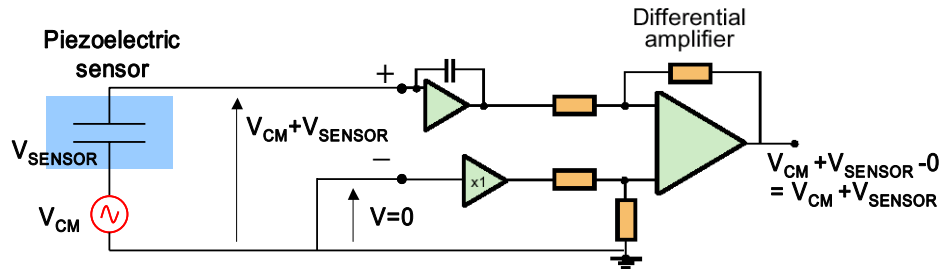
$$V_{UIT} = V_{IN}^+ - V_{IN}^- = \underbrace{V_{SENSOR} + V_{CM}}_{V_{IN}^+} - \underbrace{V_{CM}}_{V_{IN}^-} = V_{SENSOR}$$

In de praktijk wordt het effect van het CM signaal niet volledig onderdrukt (het plus-kanaal en het min-kanaal van de differentiaalversterker hebben niet exact dezelfde versterkingsfactor) zodat

$$V_{UIT} = V_{SENSOR} + \varepsilon \cdot V_{CM}$$

Men heeft b.v. een Common Mode Rejection (CMR) van 60 dB indien $\varepsilon = 0.001$.

4.1.2. Single-ended mode – equivalent schema

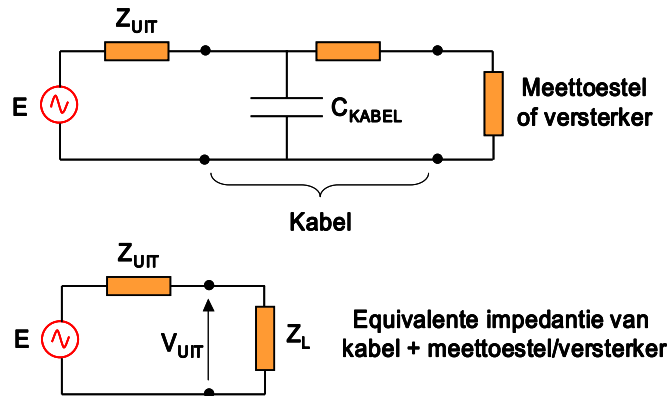


In “single-ended” mode is de min-klem geaard zodat de gemeten uitgangsspanning

$$V_{UIT} = V_{IN}^+ - V_{IN}^- = \underbrace{V_{SENSOR} + V_{CM}}_{V_{IN}^+} - \underbrace{0}_{V_{IN}^-} = V_{SENSOR} + V_{CM}$$

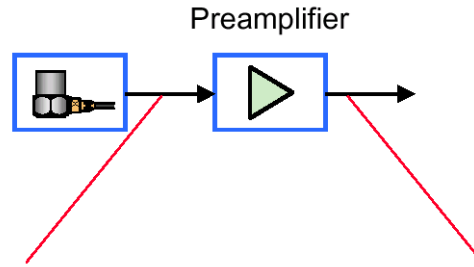
verstoord wordt door de Common Mode spanning (Common Mode Rejection = 0 dB).

4.2. Lengte van de kabels



$$V_{UIT} = \frac{Z_L}{Z_{UIT} + Z_L} \cdot E \quad (11)$$

Hoe langer de kabel hoe groter C_{KABEL} en dus hoe kleiner Z_L .

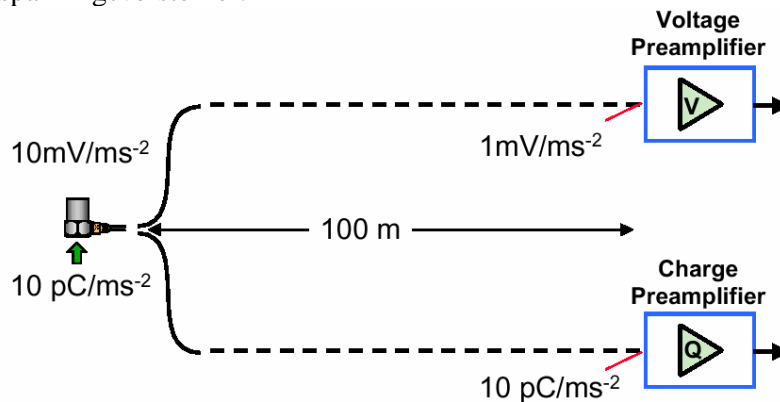


- Uitgang accelerometer
 - Hoge uitgangsimpedantie
 - Kleine signalen
- Uitgang versterker
 - Kleine uitgangsimpedantie
 - Grotere signalen

Aan de uitgang van de versterker is de uitgangsimpedantie Z_{UIT} heel klein en herleidt (11) zich tot $V_{UIT} = E$. In dit geval mag men dus lange kabels gebruiken (zolang $Z_{UIT} \ll Z_L$).

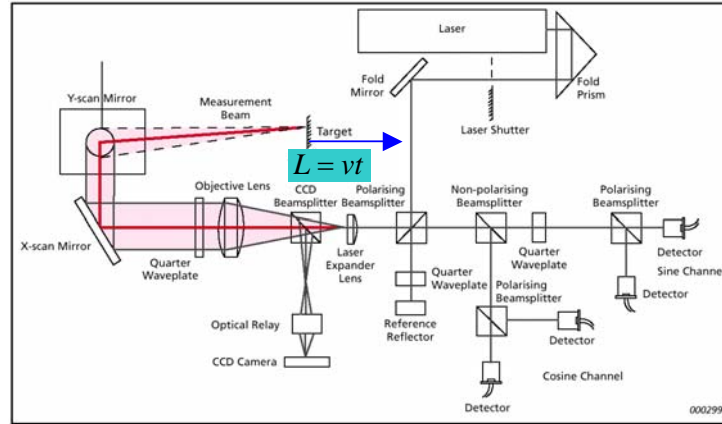
Na de accelerometer is de uitgangsimpedantie Z_{UIT} groot en geldt bijgevolg $Z_{UIT} \ll Z_L$ niet meer. M.a.w., de gemeten spanning V_{UIT} zal niet meer exact overeenkomen met de te meten spanning $E = Q/C$ (met Q de lading over het piëzoelektrisch kristal) maar is afhankelijk van Z_L via (11). Hoe langer de kabel hoe groter de meetfout.

Dit probleem kan in theorie opgelost worden door een ladingsversterker te gebruiken i.p.v. een spanningsversterker.



Daar de lading Q heel klein is (pC), dient men in de praktijk eveneens met ladingsversterkers de lengte van de (afgeschermd) kabels te beperken tot 2 à 3 meters om zo weinig mogelijk stoorruis op te vangen.

4.3. Scanning laservibrometer



Het basisprincipe van een laservibrometer steunt op de interferentie van 2 stralen : 1 referentiestraal en 1 meetstraal. De resulterende straal is de som van beide

$$\begin{aligned}\psi &= \psi_{meting} + \psi_{ref} \\ &= \cos(\theta_{meting}) + \cos(\theta_{ref}) \\ &= 2 \cos\left(\frac{\theta_{meting} - \theta_{ref}}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_{meting} + \theta_{ref}}{2}\right)\end{aligned}$$

Voor de eenvoud werd hier verondersteld dat beide stralen een amplitude 1 hebben. Veronderstelt men verder dat de 'target' beweegt met een constante snelheid v , dan wordt de fase van de meetstraal gegeven door

$$\theta_{meting} = 2\pi f_{laser} t + 2\pi \cdot \frac{2v}{\underbrace{\lambda_{laser}}_{f_{Doppler}}} \cdot t$$

en $\theta_{ref} = 2\pi f_{laser} t$.

De factor 2 (in $f_{Doppler} = 2v/\lambda_{laser}$) is nodig omdat de straal de afstand heen en terug moet afleggen; λ_{laser} stelt de golflengte voor van de laserstraal (642 nm voor een Helium-Neon laser; $f_{laser} = c/\lambda_{laser}$). Indien de target zich verplaatst over een afstand $L = vt$ is de toename in weglengte van de meetstraal $2vt$ (heen en terug). Indien deze afstand $2vt$ gelijk is aan de golflengte λ_{laser} heeft men een fasetoename van 2π radialen.

ψ kan nu herschreven worden als

$$\psi = 2 \underbrace{\cos\left(2\pi \frac{v}{\lambda_{laser}} t\right)}_{\text{laagfrequent}} \underbrace{\cos\left(2\pi \left(f_{laser} + \frac{v}{\lambda_{laser}}\right) t\right)}_{\text{hoogfrequent}} \quad (12)$$

De intensiteit $I = |\psi|^2$ opgemeten met een fotodiode is evenredig met het kwadraat van de omhullende van (12), dus

$$I_{\text{gemeten}} \propto \cos^2 \left(2\pi \frac{v}{\lambda_{\text{laser}}} t \right) = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\pi f_{\text{Doppler}} t))$$

met $f_{\text{Doppler}} = 2v/\lambda_{\text{laser}}$. Via een frequentiedemodulatie kan men f_{Doppler} , en dus de snelheid v bepalen (op het teken na).

Trillingen 5

Zie Cursusnota's "Mechanische Trillingen":

Module: Meten van trillingen – Basisbegrippen

Module: Meten van trillingen – Basistoestellen en normen

Module: Meten van trillingen – Spectrumanalysers

- Basisconcepten zoals aliasing, lekfouten, convolutie, ...
- Cepstrumanalyse

5.1. Discrete Fourier Transformatie (DFT)

De discrete Fouriergetransformeerde (en inverse DFT) van een sequentie $x(nT_s)$, $n = 0, \dots, N-1$, met T_s de bemonsteringsperiode (tijd tussen 2 metingen of 'samples'; $f_s = 1/T_s$) wordt gegeven door

$$X(k\Delta f) = \sum_{k=0}^{N-1} x(nT_s) e^{-i2\pi \frac{kn}{N}} \quad k = 0, \dots, N-1$$

$$x(nT_s) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k\Delta f) e^{+i2\pi \frac{kn}{N}} \quad n = 0, \dots, N-1$$

met

$$f_s = \frac{1}{T_s}$$

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{NT_s} = \frac{1}{T}$$

De DFT kan beschouwd worden als zijnde een benadering van een Fourierintegraal

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i2\pi ft} dt$$

waarbij

1. de integraal van $-\infty$ tot $+\infty$ wordt vervangen door een eindige som,
2. de continue functie $x(t)$ wordt vervangen door een discrete sequentie $x(nT_s)$.

Deze benaderingen kunnen leiden tot systematische fouten. Benadering 1. geeft aanleiding tot lekfouten ('leakage') en benadering 2. tot 'aliasing'.

Aliasing treedt niet op indien men voldoet aan het Shannon-Nyquist criterium, d.w.z. voor signalen met maximale frequentie $f_{\text{max}} < f_{\text{Nyquist}} = f_s/2$. Indien de maximale frequentie groter is, dient men een (laagdoorlaat) anti-alias filter te gebruiken om aliasing te vermijden (d.w.z. het dichtvouwen van de frequentiesas waardoor hoge frequentiecomponenten naar de lagere frequenties gespiegeld worden).

Lekfouten (fouten t.g.v. van de eindige meettijd) treden niet op indien :

- Het signaal een eindige duur heeft en volledig opgemeten werd (b.v. een impuls),
- Het signaal periodisch is. Indien men exact een (of meerdere) periode(s) opmeet heeft men eveneens geen verlies aan informatie daar het signaal zich periodisch herhaald.

Indien deze voorwaarden niet voldaan zijn, kan men een aangepaste tijdsvenster (b.v. Hanning) gebruiken om de lekfouten te reduceren. Een Hanningvenster heeft kleinere zijloben (in het frequentiedomein) dan een rechthoekig venster (sinc-functie in het frequentiedomein).

5.2. Vermogenspectrum

5.2.1. Willekeurige (stochastische) signalen

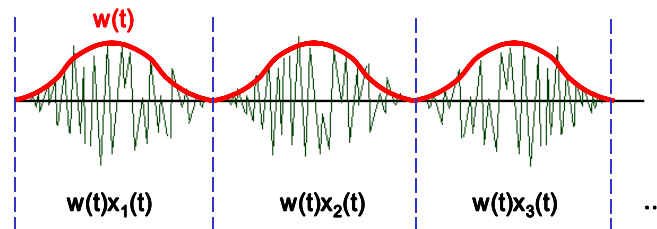
Het vermogenspectrum van een willekeurig signaal wordt bekomen door het rekenkundig uitmiddelen van $A_i^2(f)$ over N metingen te berekenen

$$A^2(f) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i^2(f) \quad (13)$$

met

$$A_i(f) = |DFT\{w(t)x_i(t)\}|, \quad f = k\Delta f, \quad k = 0, \dots, N-1$$

$A_i(f)$ stelt de amplitude (absolute waarde) van de discrete Fouriercoëfficiënten voor van de gewogen sequenties $w(t)x_i(t)$ met $w(t)$ b.v. een Hanning venster.



5.2.2. Periodische signalen

Voor periodische signalen is het mogelijk om de signalen eerst uit te middelen in het tijdsdomein

$$x_{\text{mean}}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t)$$

en vervolgens de gemiddelde waarde te transformeren naar het frequentiedomein

$$A(f) = |DFT\{x_{\text{mean}}(t)\}|, \quad f = k\Delta f, \quad k = 0, \dots, N-1$$

Hier is het ook niet nodig om een Hanning venster te gebruiken (periodische signalen). Uitmiddelen in het tijdsdomein laat bovendien toe om meetruis $n_i(t)$ te elimineren. De gemeten signalen zijn gelijk aan $x_i(t) = x_{\text{exact}}(t) + n_i(t)$. Indien men voldoende uitmiddelt (synchroon uitmiddelen), convergeert $x_{\text{mean}}(t) \rightarrow x_{\text{exact}}(t)$ (de gemiddelde waarde van $n_i(t)$ is 0)

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{\text{exact}}(t) + n_i(t) = x_{\text{exact}}(t) + 0$$

Indien de signalen niet-periodisch zijn maar willekeuring (ruis), is het niet meer mogelijk om lineair uit te middelen daar $x_{\text{mean}}(t) \rightarrow 0$. Willekeurige signalen moet kwadratisch uitgemiddeld worden gebruikmakende van (13).

Nu is $x_i(t) = x_{\text{exact},i}(t) + n_i(t)$ en convergeert het vermogenspectrum voor $N \rightarrow \infty$ naar

$$A_x^2(f) \rightarrow \underbrace{A_{x_{\text{exact}}}^2(f)}_{\text{exact vermogenspectrum}} + \underbrace{A_n^2(f)}_{\text{term t.g.v. meetruis}}$$

indien men veronderstelt dat $x_{\text{exact},i}(t)$ en $n_i(t)$ ongecorrleerd zijn.

Trillingen 6

Zie Cursusnota's "Mechanische Trillingen":

Module: Analyse van trillingen – Spectrum- en cepstrumdiagnose technieken

6.1. Modulaties – Tandwielen

Stel dat men een hoogfrequente (zuiver harmonische) trilling opmeet bij de tandfrequentie

$$x(t) = A \cos(\omega_{\text{tand}} t)$$

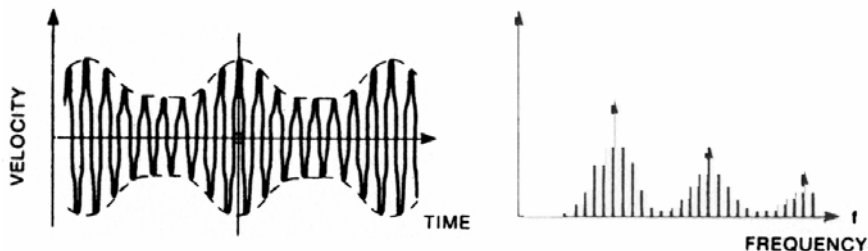
Ten gevolge van b.v. een onbalans kunnen er amplitudemodulaties ontstaan (de afstand tussen de 2 ingrijpende tandwielen varieert t.g.v. de onbalans)

$$x(t) = a(t) \cos(\omega_{\text{tand}} t) \quad \text{met } a(t) = A(1 + \mu \cos(\omega_{\text{onbalans}} t))$$

In het frequentiedomein bekomen we zijbanden t.g.v. de amplitudemodulatie. Inderdaad,

$$\begin{aligned} x(t) &= A(1 + \mu \cos(\omega_{\text{onbalans}} t)) \cos(\omega_{\text{tand}} t) \\ &= A \cos(\omega_{\text{tand}} t) + A \mu \cos(\omega_{\text{onbalans}} t) \cos(\omega_{\text{tand}} t) \\ &= A \cos(\omega_{\text{tand}} t) + \underbrace{\frac{A \mu}{2} (\cos((\omega_{\text{tand}} + \omega_{\text{onbalans}}) t) + \cos((\omega_{\text{tand}} - \omega_{\text{onbalans}}) t))}_{\text{zijbandmodulatie rond } \omega_{\text{tand}}} \end{aligned}$$

Indien de trillingen niet zuiver harmonisch zijn (m.a.w. hogere harmonischen zijn aanwezig) bekomen we b.v. volgende resultaten



Trillingen 7

Zie Cursusnota's "Mechanische Trillingen":

Module: Analyse van trillingen – Orbitaal en schokgolfanalyse

Module: Meten van trillingen – Basistoestellen en normen

Module: Trillingstesten

7.1. Starre rotor ondersteund door lagers met een verschillende stijfheid in horizontale en verticale richting – Voorwaartse en achterwaartse orbitalen

Bewegingsvergelijking in horizontale richting

$$m \cdot \ddot{x}(t) + k_x \cdot x(t) = f_x = F \cos \omega t \quad (14)$$

Bewegingsvergelijking in verticale richting

$$m \cdot \ddot{y}(t) + k_y \cdot y(t) = f_y = F \sin \omega t \quad (15)$$

De krachten modelleren b.v. een zuiver onbalans. Per definitie construeren we nu een complex signal $z(t) = x(t) + jy(t)$. De bewegingsvergelijking in functie van $z(t) = x(t) + jy(t)$ wordt gegeven door (14) + j (15) :

$$m \cdot \ddot{z}(t) + \frac{k_x + k_y}{2} \cdot z(t) + \frac{k_x - k_y}{2} \cdot z^*(t) = F(\cos \omega t + j \sin \omega t) = F \exp(j\omega t) \quad (16)$$

Indien $k_x = k_y = k$ bekomen we de klassiek uitdrukking

$$m \cdot \ddot{z}(t) + k \cdot z(t) = F \exp(j\omega t) \quad (17)$$

met een oplossing die overeenkomt met een zuiver cirkelvormig orbitaal

$$z(t) = Z \exp(j\omega t) = |Z|(\cos(\omega t + \angle Z) + j \sin(\omega t + \angle Z))$$

die draait in dezelfde richting als de rotor die eveneens overeenkomt met de draairichting van de onbalanskracht $f(t) = F \exp(j\omega t) = F(\cos(\omega t) + j \sin(\omega t))$. Men heeft dus een voorwaarts orbitaal.

Indien $k_x \neq k_y$ valt $z^*(t)$ niet weg in (16) en zal de oplossing eveneens een term in $\exp(j\omega t)^* = \exp(-j\omega t)$ bevatten :

$$z(t) = Z_+ \exp(j\omega t) + Z_- \exp(-j\omega t) \quad (18)$$

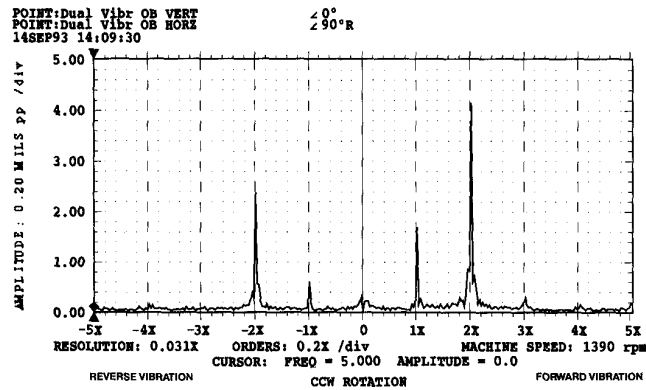
Indien $Z_+ = 0$ heeft men een cirkelvormig orbitaal die in tegengestelde richting draait (achterwaarts orbitaal).

Algemeen komt (18) overeen met een ellipsvormig orbitaal en wordt de draairichting bepaald door de amplitude van Z_+ en Z_-

- Voorwaarts orbitaal indien $|Z_+| > |Z_-|$
- Achterwaarts orbitaal indien $|Z_+| < |Z_-|$

Indien $|Z_+| = |Z_-|$ ontardt de orbitaal tot een lijn.

Ter illustratie (zie slide “Scheur in de as” (trillingen_6.ppt))



Men heeft hier een belangrijke componente bij 2ω :

$$z(t) = Z_{1+} \exp(j\omega t) + Z_{1-} \exp(-j\omega t) + Z_{2+} \exp(j2\omega t) + Z_{2-} \exp(-j2\omega t) \quad (19)$$

Daar $|Z_{1+}| > |Z_{1-}|$ en $|Z_{2+}| > |Z_{2-}|$ heeft men hier voorwaartse orbitalen.

Trillingen 8

Zie Cursusnota's "Mechanische Trillingen":

Module: Modale analyse

9.1. Exponentiële tijdsvensters

Bij signalen van het type 'impact' of 'burst' kan men gebruik maken van een exponentieel tijdsvenster $\exp(-\beta t)$ om de lekfouten te reduceren. Het effect van $\exp(-\beta t)$ kan bovendien gecompenseerd worden. Men kan aantonen dat

$$x(t) = \int_0^t h(t-\tau) f(\tau) d\tau$$

$$x(t) \exp(-\beta t) = \int_0^t h(t-\tau) \exp(-\beta t) f(\tau) d\tau$$

$$x(t) \exp(-\beta t) = \int_0^t h(t-\tau) \exp(-\beta(t-\tau)) f(\tau) \exp(-\beta\tau) d\tau$$

$$x_{EXP}(t) = \int_0^t h_{EXP}(t-\tau) f_{EXP}(\tau) d\tau$$

met

$$f_{EXP}(t) = f(t) \exp(-\beta t)$$

$$x_{EXP}(t) = x(t) \exp(-\beta t)$$

$$h_{EXP}(t) = h(t) \exp(-\beta t)$$

De impulsresponsfunctie $h(t)$ is van de vorm

$$h(t) = \sum_{i=1}^{N_m} A_i \exp(\lambda_i t) + A_i^* \exp(\lambda_i^* t)$$

en dus is $h_{EXP}(t) = h(t)\exp(-\beta t)$ gelijk aan

$$h_{EXP}(t) = \sum_{i=1}^{N_m} A_i \exp((- \beta + \lambda_i)t) + A_i^* \exp((- \beta + \lambda_i^*)t)$$

Dus, $\lambda_i \rightarrow -\beta + \lambda_i$, of m.a.w., het toepassen van een exponentieel venster op de ingangs-/uitgangssignalen introduceert extra demping.

Daar β gekend is, kan men, na identificatie van het modaal model, de geschatte polen $(-\beta + \lambda_i, -\beta + \lambda_i^*, i = 1, \dots, N_m)$ corrigeren.

Trillingen 9

Zie Cursusnota's "Mechanische Trillingen":

Module: Modale analyse

Zie eveneens laboverslag

Trillingen 10

Zie Cursusnota's "Mechanische Trillingen":

Module: Invloed van trillingen op de mens